

දකුණු පළාත් අධ්‍යාපන දෙපාර්තමේන්තුව
தென் மாகாணக் கல்வித் திணைக்களம்
Southern Provincial Department of Education

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය (නව විෂය නිර්දේශය)
General Certificate (Adv. Level) Examination (New Syllabus)

අනාවරණ පරීක්ෂණය - 2023

13 ශ්‍රේණිය

සංයුක්ත ගණිතය - II
Combined Mathematics - II

පැය 03
03 hours

(අමතර කියවීමේ කාලය මිනිත්තු 10)

විභාග අංකය

ශ්‍රේණිය

නම

අයදුම්කරුවන් සඳහා උපදෙස් :-

- ★ මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ.
A කොටස (ප්‍රශ්න 1 - 10) සහ B කොටස (ප්‍රශ්න 11 - 17)
- ★ A කොටස :
සියලුම ප්‍රශ්න සඳහා පිළිතුරු සපයන්න. එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති ඉඩෙහි ලියන්න. වැඩිපුර ඉඩ අවශ්‍ය වේ නම්, ඔබට අමතර ලියන කඩදාසි භාවිත කළ හැකිය.
- ★ B කොටස :
ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න. ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති කඩදාසිවල ලියන්න.
- ★ නියමිත කාලය අවසන් වූ පසු A කොටසෙහි පිළිතුරු පත්‍රය, B කොටසෙහි පිළිතුරු පත්‍රයට උඩින් සිටින පරිදි කොටස් දෙක අමුණා විභාග ශාලාධිපතිට භාරදෙන්න.
- ★ මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රයේ B කොටස පමණක් විභාග ශාලාවෙන් පිටතට ගෙන යාමට ඔබට අවසර ඇත.

පරීක්ෂකවරුන්ගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා පමණි.

(10) සංයුක්ත ගණිතය II		
කොටස	ප්‍රශ්න අංකය	ලකුණු
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
	එකතුව	
	ප්‍රතිශතය	

I පත්‍රය	
II පත්‍රය	
එකතුව	
අවසාන ලකුණු	

අවසාන ලකුණු	
ඉලක්කමෙන්	
අකුරින්	

සංකේත අංකය	
උත්තර පත්‍ර පරීක්ෂක	
පරීක්ෂා කළේ	1.
	2.
අධීක්ෂණය කළේ	

A නොවිස

★ ප්‍රශ්න සියල්ලටම පිළිතුරු සපයන්න.

01. ස්කන්ධයන් m හා $\frac{3m}{2}$ වන අරයන් සමාන A හා B කුඩා ගෝල 2 ක් පිළිවෙලින් v හා $\frac{2v}{3}$ ප්‍රවේගවලින් එකම දිශාවට චලිත වී සරලව ගැටේ. ගෝල දෙක අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය $\frac{3}{4}$ නම්, ගැටුමෙන් පසු ගෝලවල ප්‍රවේග සොයා, පද්ධතියේ ඉතිරිවන චාලක ශක්තිය සොයන්න.

AL API (PAPERS GROUP)

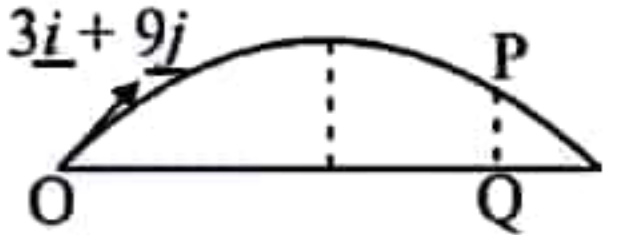
.....

.....

.....

02. තිරස් තලයක් මත පිහිටි 0 නම් මූල ලක්ෂ්‍යයේ දී අංශුවක් $3\underline{i} + 9\underline{j}$ ආරම්භක

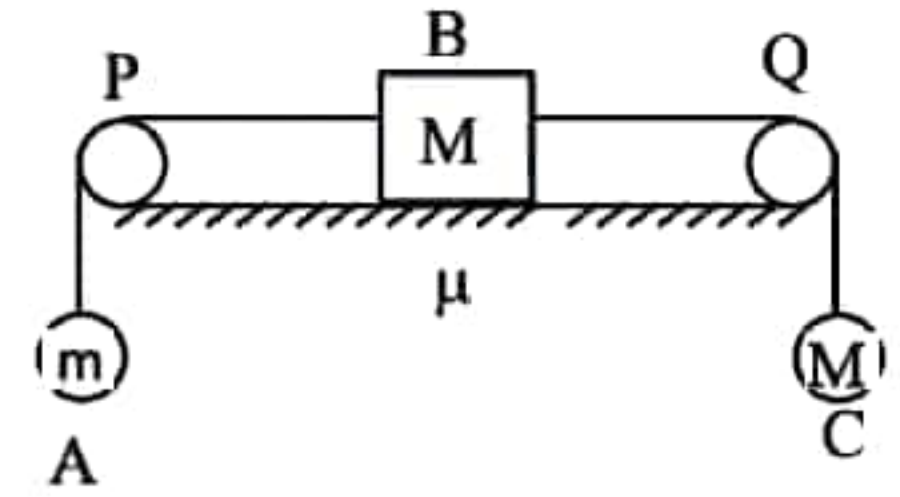
ප්‍රවේගයෙන් ප්‍රක්ෂේප කරයි. අංශුව ප්‍රක්ෂේපනය කළ මොහොතේ සිට t කාලයකට පසු අංශුව P ලක්ෂ්‍ය පසුකරයි. (රූපය බලන්න.) Q යනු P ට පහළින් තිරස් තලයේ පිහිටි ලක්ෂ්‍යයකි. $OQ = 3PQ$ නම්, t කාලය හා P හි දී අංශුවේ ප්‍රවේගය සොයන්න.



$(g = 10 \text{ ms}^{-2})$

[illegible]

05. රූපයේ දැක්වෙන ආකාරයට ස්කන්ධය m වූ A අංශුව P සුමට කප්පිය හරහා ගමන් කරන සැහැල්ලු තන්තුවක් මගින් ස්කන්ධය M වූ B භාරයට සම්බන්ධ කර ඇත. B භාරය සර්භණ සංගුණකය μ වූ රළු තිරස් තලයක් මත ඇත. ස්කන්ධය M වූ C අංශුව තන්තුවක් මගින් Q සුමට කප්පිය හරහා B ට සම්බන්ධ කර ඇත. පද්ධතිය නිශ්චලතාවයෙන් මුදාහැර විට C පහලට චලිත වේ නම් $\mu M < M - m$ බව පෙන්වන්න.



23' AL API (PAPERS GROUP)

06. ගැට්ට තිරස් ලෙස සවිකරන ලද අරය r වූ සුමට කුහර අර්ධගෝලීය පාත්‍රයක් තුල දිග $3r$ වූ AB ඒකාකාර දණ්ඩක් සමතුලිතතාවයේ තබා ඇත්තේ A කෙළවර පාත්‍රය තුළද, B කෙළවර පාත්‍රයෙන් පිටතට ද නෙරා පිහිටන පරිද්දෙනි. අර්ධගෝලය කපාගත් ගෝලයේ කේන්ද්‍රය හරහා යන සිරස් තලයේ දණ්ඩ සමතුලිතතාවයේ පිහිටන්නේ එය තිරසර α කෝණයකින් ආනතව නම්, $8 \cos^2 \alpha - 3 \cos \alpha - 4 = 0$ බව පෙන්වන්න.

B කොටස

★ ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

11. (a) තිරස් බිමක පිහිටි O ලක්ෂ්‍යයක සිට තිරසර $\tan^{-1}\left(\frac{4}{5}\right)$ ක් ආනතව උඩු අතට $5u$ ප්‍රවේගයෙන් ප්‍රක්ෂේප කරන ලද අංශුවක් තිරස් බිමේ සිටුවා ඇති සිරස් කණුවක මුදුන මත P ලක්ෂ්‍යයට ආසන්නව ගමන් කරයි. P ලක්ෂ්‍යයේදී අංශුවේ චලිත දිශාව තිරසර ආනතව උඩු අතට වේ. O සිට කණුවට තිරස් දුර $3a$ හා කණුවේ සිරස් උස $2a$ වේ.

i) අංශුවේ උපරිම උස දක්වා තිරස් හා සිරස් චලිතවලට අදාළ ප්‍රවේග - කාල වක්‍ර වෙන වෙනම අඳින්න. ඒ නයින්,

ii) $8u^2 = 9ga$ බව පෙන්වා, තවද කණුවේ සිට පර්යේ උපරිම ලක්ෂ්‍යයට තිරස් දුර $\frac{28u^2}{3g}$ බව ද පෙන්වන්න.

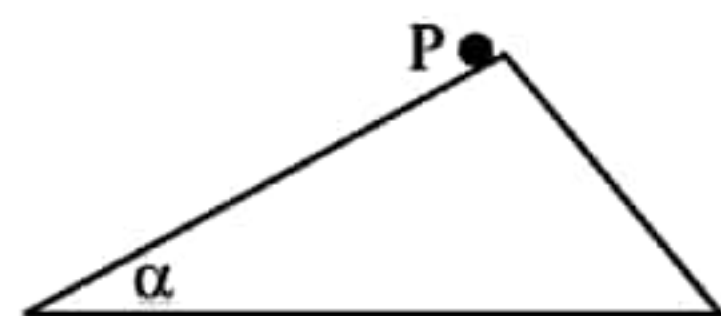
- (b) බෝට්ටුවක් u වේගයෙන් නිසල ජලයේ උතුරට ගමන් කරයි. $t = 0$ විට බෝට්ටුව A වරායේ සිට දකුණෙන් නැගෙනහිරට 60° ක් සාදන දිශාවේ, වරායේ සිට a දුරින් පිහිටයි. $t = 0$ මොහොතේ A වරායෙන් පිහිනුම්කරුවෙකු පිටවන්නේ හැකි අඩුතම වේගයෙන් සරල රේඛීය මාර්ගයක පිහිනීමෙන් බෝට්ටුව වෙත ළඟාවීමටය.

සාපේක්ෂ ප්‍රවේග මූලධර්මය භාවිතයෙන් ප්‍රවේග ත්‍රිකෝණයක් ඇඳ පිහිනුම්කරුට බෝට්ටුව වෙත ළඟාවීමට පිහිනිය යුතු දිශාව සොයන්න. ඒ සඳහා ගතවන කාලය $\frac{2a}{u}$ බවත්, පිහිනිය යුතු දුර $\sqrt{3}a$ බවත් පෙන්වන්න.

12. (a) ස්කන්ධය M වන කුඤ්ඤයක් සුමට තිරස් තලයක නිශ්චලව ඇත. කුඤ්ඤයේ වැඩිතම බෑවුම් රේඛාව, තිරසර α සුළු කෝණයක් ආනත සුමට තලයකි. මෙම සුමට තලයේ ඉහළ කෙළවරේ සිට ස්කන්ධය m වන P අංශුවක් සිරුවෙන් තලය දිගේ චලිත වීමට සලස්වයි. කුඤ්ඤයේ ත්වරණයට (F), කුඤ්ඤයට සාපේක්ෂව අංශුවේ ත්වරණය (f) නියත අනුපාතයකින් යුක්ත බව පෙන්වන්න.

$$F = \frac{(M + m) g \sin \alpha}{M + m \sin^2 \alpha} \text{ බව පෙන්වන්න.}$$

f සොයා, අංශුව තලය දිගේ a දුරක් පහළට චලිත වන විට කුඤ්ඤය ගමන් කර ඇති තිරස් දුර සොයන්න.



- (b) කේන්ද්‍රය O හා අරය a වූ අවල සුමට ගෝලීය කබොලක $\frac{a}{4}$ දුරක් O ට ඉහළින් වූ තිරස් තලයෙන් කැපෙන උඩු කොටස ඉවත් කර පාත්‍රයක් සාදා ඇත. ස්කන්ධය m වන P අංශුවක් කබොලේ පහත්ම ලක්ෂ්‍යයේ සිට u වේගයෙන් තිරස්ව ප්‍රක්ෂේප කෙරේ. OP උඩු සිරස සමග θ සුළුකෝණයක් සාදන විට ප්‍රවේගය v නම්, $v^2 = u^2 - 2ag(1 + \cos \theta)$ බව පෙන්වන්න. මෙම අවස්ථාවේ අංශුව මත පෘෂ්ඨයෙන් ඇතිවන ප්‍රතික්‍රියාව R නම්, $R = m \frac{u^2}{a} - g(2 + 3 \cos \theta)$ බව ද පෙන්වන්න. $4u^2 < 11ga$ නම්, අංශුව පාත්‍රයේ දාරය හැරයන බව පෙන්වන්න.

13. ස්වභාවික දිග $2l$ හා ප්‍රත්‍යස්ථතා මාපාංකය mg වූ ලුහු ප්‍රත්‍යස්ථ තන්තුවක එක් ලක්ෂ්‍යයක් සර්ඡණ සංගුණකය $\frac{1}{2}$ වූ තිරස් මේසයක වූ O ලක්ෂ්‍යයකට ගැටගසා අනෙක් ලක්ෂ්‍යයට ස්කන්ධය m වූ අංශුවක් සම්බන්ධ කර, $OA = 2l$ වන පරිදි මේසය මත A ලක්ෂ්‍යයේ තබා A සිට තිරස්ව $2\sqrt{gl}$ ප්‍රවේගයෙන් මේසය මත ප්‍රක්ෂේපණය කරනු ලැබේ. A සිට අංශුවේ සාධාරණ පිහිටීමකට මේසය දිගේ විස්ථාපනය x නම්, x යන්න $\ddot{x} + \frac{g}{2l}(x+l) = 0$ සමීකරණය තෘප්ත කරන බව පෙන්වන්න. ඉහත සරල අනුවර්තී වලිනයේ ත්වරණ භානිය සොයන්න.

$v^2 = \omega^2(a^2 - x_1^2)$ සූත්‍රය භාවිතයෙන්, වලිනයේ විස්තාරය $a = 3l$ බව පෙන්වන්න. මෙහි $\omega = \sqrt{\frac{g}{2l}}$ හා x_1 යනු වලින කේන්ද්‍රයේ සිට අංශුවට ඇති විස්ථාපනයයි. $a = 3l$ වන මේසය මත ලක්ෂ්‍යය B නම්, A සිට B දක්වා සරල අනුවර්තී වලින කාලය $\sqrt{\frac{2l}{g}} \cos^{-1}\left(\frac{1}{3}\right)$ බව ද පෙන්වන්න.

B සිට ආපසු එන ගමනේදී මේසය මත AB හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය C හි තබා ඇති ස්කන්ධය m වූ තවත් අංශුවක් අනුලාගතී. (ආවේගී ගැස්මක් හට නොගනී යයි උපකල්පනය කරන්න.)

B සිට C දක්වා වලිනයේ දී C සිට අංශුවේ විස්ථාපනය X නම්, $\ddot{X} + \frac{g}{2l}X = 0$ ආකාරයේ සරල අනුවර්තී වලිනයක් සිදුකරන බව පෙන්වන්න. මෙහි $0 \leq X \leq l$ වේ.

B සිට C දක්වා වලින සරල අනුවර්තී වලින කාලය $\frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{2l}{g}}$ බව ද පෙන්වන්න. C හිදී අංශුවේ ප්‍රවේගය සොයන්න. C හි දී m ස්කන්ධය සහිත අංශුව අනුලාගත් පසු සංයුක්ත අංශුවේ C හි දී ප්‍රවේගය හරි අඩක් දක්වා අඩුවේ. C සිට A දෙසට එන ගමනේ දී CA අතර වලිනයේ සමීකරණය $\ddot{y} + \frac{g}{4l}(y-2l) = 0$ බව පෙන්වන්න. මෙහි y යනු A සිට අංශුවේ විස්ථාපනයයි. $0 < y < l$ වේ. CA අතර N ලක්ෂ්‍යයකදී අංශුවේ ප්‍රවේගය ශුන්‍ය වන බව ද පෙන්වා සම්පූර්ණ වලින කාලාවර්තය $\sqrt{\frac{2l}{g}} \left[\cos^{-1}\left(\frac{1}{3}\right) + \sqrt{2} \cos^{-1}\left(\frac{2}{3}\right) + \frac{\pi}{2} \right]$ බව පෙන්වන්න.

14. (a) O, A, B යනු ඒකරේඛීය නොවන ප්‍රතින්ත ලක්ෂ්‍යය තුනකි. O අනුබද්ධයෙන් $\vec{OA} = \underline{a}$ ද, $\vec{OB} = \underline{b}$ ද වේ.

$2AC = CB$ වන අයුරින් C ලක්ෂ්‍යය AB පාදය මත පිහිටයි. $\vec{OC} = \frac{2\underline{a} + \underline{b}}{3}$ බව පෙන්වන්න.

$\vec{OD} = \lambda \underline{a}$ සහ $\vec{OE} = \mu \underline{a}$ වන අයුරින් D ලක්ෂ්‍යය OB පාදය මතත් E ලක්ෂ්‍යය OA පාදය මතත් පිහිටයි.

$\vec{EC}, \vec{ED}$ සඳහා ප්‍රකාශන λ, μ, a හා b ඇසුරින් සොයන්න.

E, C, D ඒකරේඛීය බව දී ඇත්නම් $\mu = \frac{2\lambda}{3\lambda - 1}$ බව පෙන්වන්න.

$\mu = \frac{4}{5}$ නම් λ හි අගය සොයා, $EC : CD = 1 : 5$ බව ද පෙන්වන්න.

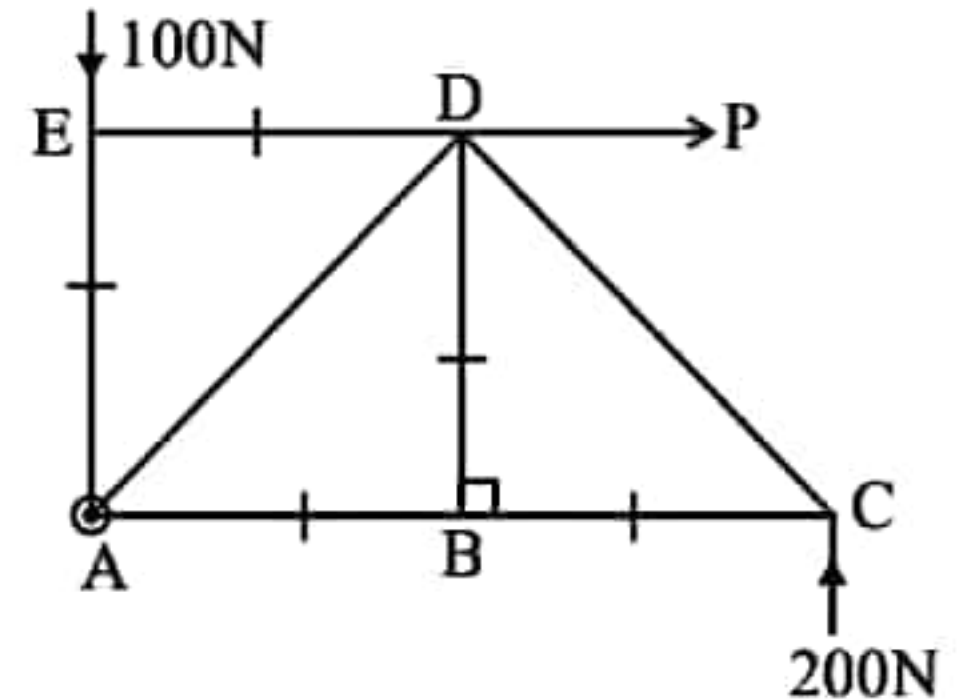
(b) එකිනෙකට ලම්බ OX, OY අක්ෂ දෙකට වූ ඒකක දෛශික i හා j විය. පිහිටුම් දෛශිකය, එයට අදාළ බලය පහත වගුවේ දැක්වේ.

පිහිටුම් දෛශිකය	බලය
A $(2\underline{i} + 3\underline{j})$	$2\underline{i} + 3\underline{j}$
B $(\underline{i} + \underline{j})$	$3\underline{i} + 5\underline{j}$
C $(5\underline{i} + 6\underline{j})$	$\underline{i} + 3\underline{j}$
D $(-3\underline{i} - 3\underline{j})$	$2\underline{i} - 4\underline{j}$
E $(2\underline{i} - \underline{j})$	$-3\underline{i} + 3\underline{j}$
F $(4\underline{i} + 3\underline{j})$	$P\underline{i} + Q\underline{j}$

පහත එක් එක් අවස්ථාවලදී P හා Q හි අගයන් සොයන්න.

- බල පද්ධතිය G නම් යුග්මයකට උභයනය වේ.
- බල පද්ධතිය $\underline{i} + 2\underline{j}$ ලක්ෂ්‍යයේදී $Y\underline{j}$ නැමැති තනි බලයකට උභයනය වේ.
තවද G හා Y හි අගයන් ද සොයන්න.

15. (a) AB, BC, CD, DE, EA හා AD සැහැල්ලු දඬු හතක්, රූපයේ පෙන්වා ඇති පරිදි, රාමුකට්ටුවක් සෑදෙන ආකාරයට, ඒවායේ කෙළවර වලදී, සුමට ලෙස සන්ධි කර ඇත. A අසව් ලක්ෂ්‍යයකි. $AB = BC = BD = DE = EA$ හා $AD = DC$ වෙයි. ABDE සමචතුරස්‍රාකාර වේ.



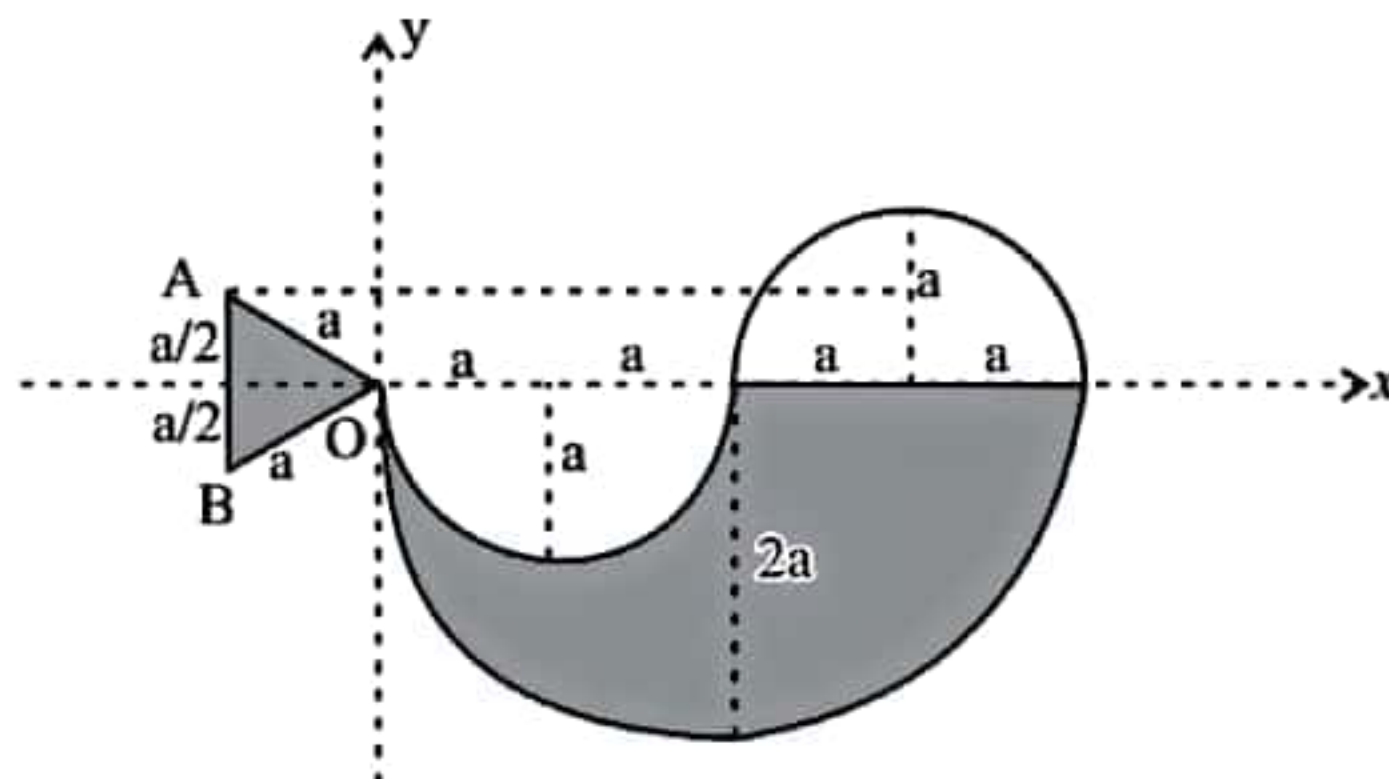
E හි නිව්ටන 100 ක බරක් ද, C හි දී 200N ක සිරස් බලයක් ද, D හි දී නිව්ටන P තිරස් බලයක් ද මගින් රාමුකට්ටුව සිරස් තලයක රූපයේ පරිදි තබා ඇත.

- P හි අගය සොයන්න.
- රාමු කට්ටුව සඳහා ප්‍රත්‍යාබල සටහනක් ඇඳ, ඒනයිත් A අසව්වේ ප්‍රතික්‍රියාවේ විශාලත්වය හා දිශාව සොයන්න.
එක් එක් දඬුවල ප්‍රත්‍යාබල ආතති, තෙරපුම් වෙන්කර දක්වමින් නිර්ණය කරන්න.

- (b) එක එකක් බර w වන AB හා BC සමාන ඒකාකාර දඬු දෙකක් B හිදී නිදහස් ලෙස සන්ධි කර තිබේ. A හා C ලක්ෂ්‍ය ඇඳුනු ලැබූ අප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවේ දිග කොතෙක්ද යත් එය නොවක්ව ඇති විට, ABC කෝණය සෘජුකෝණයක් වන පරිදිය. පද්ධතිය නිදහස්ව A ලක්ෂ්‍යයෙන් එල්ලා ඇත්නම් ද, එය සමතුලිතතා පිහිටීමේ තිබේ නම් ද සිරසට AB ගේ ආතතිය $\tan^{-1} \frac{1}{3}$ බවත්, තන්තුවේ ආතතිය $\frac{3w}{2\sqrt{5}}$ බවත් පෙන්වන්න.
BC දණ්ඩ මත B සන්ධියේ ප්‍රතික්‍රියාව තිරස සමග සාදන කෝණය $\tan^{-1} \frac{4}{3}$ බව ද පෙන්වන්න.

23' AL API (PAPERS GROUP)

16. අරය r වූ ඒකාකාර අර්ධවෘත්තාකාර වාපයක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රයේ පිහිටීම සොයන්න. එනයිත් අරය r වූ ඒකාකාර අර්ධ වෘත්තාකාර ආස්තරයක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රයේ පිහිටීම ලබාගන්න.



රූපයේ දක්වා ඇති පරිදි මාළුවෙකුගේ හැඩය සහිත කෙළිබඩුවක් තනා ඇත. මාළුවාගේ පිටුපස වරල පැත්තක දිග a වූ OAB සමපාද ත්‍රිකෝණාකාර ආස්තරයකි. අරය 2a වූ අර්ධ වෘත්තාකාර ආස්තරයකින් රූපයේ පරිදි අරය a වූ අර්ධ වෘත්ත ආස්තරය ඉවත් කර, මාළුවාගේ බඳ කොටස සාදා ඇත.

ඔළුව අරය a වූ අර්ධ වෘත්තාකාර වාපයකින් සමන්විත වේ. වාපයේ රේඛීය ඝනත්වයත්, අර්ධ වෘත්ත ආස්තර කොටසේ හා ත්‍රිකෝණාකාර ආස්තරයේ ඒකක වර්ගඵලයක ස්කන්ධයත් එකම වේ. ox හා oy අක්ෂ රූපයේ දක්වා ඇත. o සිට ox ඔස්සේ මාළුවාගේ ස්කන්ධ කේන්ද්‍රයේ පිහිටුම $\bar{x}$ ද, o සිට oy ඔස්සේ මාළුවාගේ ස්කන්ධ කේන්ද්‍රයේ පිහිටුම $\bar{y}$ ද නම්, $a > \frac{3}{7}$ යැයි දී ඇති විට,

$$\bar{x} = \frac{a(14\pi + 12\pi - a)}{\sqrt{3}a + 4\pi + 6\pi a} \quad \text{බවත්} \quad \bar{y} = \frac{-8a(7a - 3)}{3(\sqrt{3}a + 4\pi + 6\pi a)} \quad \text{බවත් පෙන්වන්න.}$$

A ලක්ෂ්‍යයෙන් එල්ල වී මාළුවාගේ බරෙහි ක්‍රියා රේඛාව OA හරහා යයි නම්, $2\sqrt{3}\pi(6 + 7a) + 24 = (56 + \sqrt{3})a$ බව පෙන්වන්න.

17. (a) පිරිමි ළමයෙකුගේ ඉපදීම හා ගැහැනු ළමයෙකුගේ ඉපදීම සමසේ විය හැකි හා ස්වායත්ත සිද්ධි ලෙස උපකල්පනය කෙරේ. ළමයින් තිදෙනෙකු සිටින පවුලකින් එක් ළමයෙකු පිරිමි බව දී ඇත.

i) අනෙක් ළමයින් දෙදෙනාම පිරිමි වීමේ

ii) අනෙක් ළමයින් දෙදෙනාම ගැහැනු වීමේ

iii) අනෙක් ළමයින් දෙදෙනාගෙන් එක් අයෙක් ගැහැනු ද අනෙකා පිරිමි ද වීමේ, සම්භාවිතාවයන් සොයන්න.

23' AL API (PAPERS GROUP)

(b) සමූහික සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක මධ්‍යන්‍යය ($\bar{x}$) අර්ථ දක්වන්න.

එම ව්‍යාප්තියේ විචලතාවය $\sigma_x^2 = \frac{\sum_{i=1}^n f_i(x_i - \bar{x})^2}{\sum_{i=1}^n f_i}$ යන මූලික සූත්‍රයෙන් පටන්ගෙන $\sigma_x = |c|\sigma_u$ බව සාධනය කරන්න.

මෙහි $U_i = \frac{x_i - A}{c}$ වන අතර A හා c යනු නියත වේ.

පහත දැක්වෙන්නේ පැළෑටි 100 ක උස ආසන්න සෙන්ටිමීටර වලින් මනින ලද සමූහික සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියකි.

පැළෑටියක උස (cm)	පැළෑටි ගණන
1 - 5	5
6 - 10	16
11 - 15	18
16 - 20	27
21 - 25	23
26 - 30	11

ඉහත දක්වා ඇත්තේ විවික්ත පන්ති ප්‍රාන්තර වන අතර, ඒවා සැබෑ පන්ති ප්‍රාන්තර නොවේ. සෙන්ටිමීටර 0.5 කින් දෙපසට විස්තීර්ණය කිරීමෙන් සැබෑ පන්ති ලැබේ. එසේ විවික්ත පන්ති ප්‍රාන්තර ගැනීමේ වාසිය කුමක්ද ? ඉහත කේතනය $U_i = \frac{x_i - A}{c}$ භාවිතයෙන් ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යන්‍යය හා සම්මත අපගමනය සොයන්න.

ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යස්ථය හා මාතය ද සොයන්න. ඒනයිත් ව්‍යාප්තිය ධන කුටික වේද ? එසේත් නැත්නම් සෘණ කුටික වේද ? යන්න සොයන්න.



23, AL API

PAPERS GROUP

The best group in the telegram

